

中小企業のデフォルト率に影響を与える マクロ経済要因 － 1ファクターモデルを用いたアプローチ－

日本政策金融公庫国民生活事業本部リスク管理部リスク管理企画グループリーダー

尾木 研三¹

早稲田大学大学院ファイナンス研究科教授

森 平 爽一郎

要 旨

ポートフォリオ理論に従えば、企業固有の要因による信用リスクは分散化することによって排除できるが、すべての企業に共通する要因、すなわち、マクロ経済要因によるリスクは排除できない。したがって、ローンポートフォリオの信用リスク管理において、デフォルト率に影響を与えるマクロ経済要因が、具体的にどのような指標で説明できるのかを知ることは非常に重要である。

そのため、ローンポートフォリオのデフォルト率とマクロ経済指標とを回帰分析した先行研究は数多くある。ただ、デフォルト率の変動要因には企業固有の要因が含まれており、デフォルト率の値をそのまま従属変数として用いることには問題がある。そこで、本稿では企業固有の要因の影響を取り除くため、マートの1ファクターモデルを用いて中小企業のデフォルト率からマクロ経済要因の値を抽出し、その値を従属変数としてマクロ経済指標との回帰を行った。

分析の結果、中小企業のデフォルト率に影響を与えるマクロ経済要因は、短期金利、長期金利、為替レート、銀行の貸出残高、株価インデックスで説明できることがわかった。

¹ 本稿で示されている内容は筆者に属し、日本政策金融公庫としての見解をいかなる意味でも表さない。

1 はじめに

中小企業のデフォルト確率を推定するモデルには、個別企業のデフォルト確率を推定するモデルとローンポートフォリオのデフォルト確率を推定するモデルとがある。前者は個別企業の財務指標などから統計手法を用いて推定する信用スコアリングモデルが代表例であり、主に企業の信用格付けに用いられる。後者はローンポートフォリオ全体のデフォルト率とマクロ経済指標との相関関係から推定するファクターモデルであり、主に金融機関の信用リスク量の計測やストレステストなどに用いられる。本稿は、後者を分析対象にする。

ともすると、二つのモデルは別々に議論されるが、密接に関連している。たとえば、信用スコアリングモデルの主流であるロジットモデル²を考えてみる。デフォルト率は企業固有の要因だけではなく、すべての企業に共通するマクロ経済要因の影響も受ける。実際に、デフォルト率は景気が悪い時には上昇し、良い時には下がる。

このような現象をロジットモデルで表現するためには、全企業のデフォルト率に影響を与えるマクロ経済指標をロジットモデルの説明変数として用いる必要がある。その変数は、ポートフォリオのデフォルト率を説明する変数に用いるマクロ経済指標と一致していることが望ましい。

ロジットモデルの説明変数にマクロ経済指標を用いることの有用性について、森平・岡崎 (2009) は、2000年から2008年までの上場企業のデフォルト・非デフォルトの年次決算書データを用いて、ロジットモデルにおけるデフォルト確率の期間構造推定を行っている。マクロ経済指標として、景気動向指数、日経平均株価変化率、日経平均株価変化率のボラティリティ、原油価格が有意になり、

これらを説明変数としてモデルに投入するとロジットモデルの推定精度が向上し、信用VaRの損失分布の過小評価が修正されることを述べている。ただ、ロジットモデルとファクターモデルとの整合性までは言及していない。

枇々木・尾木・戸城 (2012) は、この点について理論的な背景まで明らかにしているものの、実証分析の結果、マクロ経済要因の変数としてマクロ経済指標よりもローンポートフォリオの前月デフォルト率が有効であるとしている。

一方、ローンポートフォリオのデフォルト率が具体的にどのようなマクロ経済指標で説明できるのかについての先行研究は数多く存在する。古くはAltman (1983) がデフォルト率とマクロ経済指標との関係について回帰分析を行っている。

Figlewski, Frydman and Liang (2006) は、誘導型モデルとMoody'sの社債データを使い、格付遷移とGDP成長率や失業率などのマクロ経済指標との関係を分析し、遷移のパターンによって有効なマクロ経済指標が異なることを述べている。

Sommar and Shahnazarian (2009) は、Moody'sのデータを使い、構造モデルから算出したデフォルト確率と物価指数、工業生産指数、短期金利の三つの変数との関係をベクトル・エラー・コレクションモデル (VECM) によって分析し、短期金利のインパクトが最も強いことを示した。

Simons and Rolwes (2009) は、ロジットモデルを用いて分析を行い、オランダ企業のデフォルト率は、GDP成長率との間に負の相関、金利、為替レート、原油価格との間に正の相関がある一方、株式の収益率やボラティリティは相関がないことを示している。

国内では、中小企業庁 (2002) において重回帰分析を行い、倒産件数と実質GDP成長率との間に有意に負の相関があることを述べている。白田

² 株式を上場しておらず、社債も発行していない企業の場合は、構造モデルや誘導型モデルを使用することが難しく、統計モデルが一般的である。各モデルの詳細については、森平 (2009)、枇々木・尾木・戸城 (2010) を参照されたい。

(2003)は、企業倒産率と株価、為替相場、金利水準、地価の四つの経済指標との関係について、交差相関分析を行い、金利、地価との間に負の相関があることを示している。大橋(2003)は、企業倒産との関係について重回帰分析を行い、倒産率が新設住宅着工件数、マネーサプライ、政府支出、公的需要の四つの変数で説明されることを示した。

もっとも、ローンポートフォリオのデフォルト率をそのまま回帰分析の従属変数として用いることには問題がある。デフォルト率はマクロ経済要因だけではなく、企業固有の要因によっても変動するからである。したがって、マクロ経済指標との関係を示すには、デフォルト率から企業固有の要因を取り除く必要がある。

中小企業庁(2002)は、この点を課題として認識し、東京商工リサーチが保有する原因別倒産件数のうち、個別事情(放漫経営等)を極力排除したと考えられる「不況型倒産」の件数を従属変数として用いた分析を行い、マクロ経済指標との説明力が高くなったことを述べている。固有要因が除去し切れているとまではいえないまでも、このように問題意識をもって対策を講じている先行研究はほとんどない。

また、森平(1996)は、デフォルト率とマクロ経済指標との回帰分析に線形モデルを用いる場合には、推定値が0と1の間にある保証がなく、誤差項の分散も不均一になるといった統計上の問題点も指摘している。

そこで、本稿ではこれらの問題に対処するために1ファクターモデルを用いる。その有用性は主に三つある。一つ目は、デフォルト率から固有要因を取り除いたマクロ経済要因の値を抽出するこ

とができるという点である。厳密には1ファクターモデルから抽出されるのは共通要因であり、マクロ経済要因だけではなく、法制度の改正や災害などの要因も含まれる。

ただ、その多くはマクロ経済要因であると考えられるため、共通要因を従属変数に用いることで分析の精度は大きく向上することが期待できる。

二つ目の有用性は、マクロ経済要因の値は負値も1以上の値もとるので、線形回帰モデルを利用することができるという点である³。

三つ目は、個別企業のデフォルト確率を推定する信用スコアリングモデルとの整合性をとることができるという点である。上述したようにデフォルト確率の推定モデルには、個別企業のデフォルト確率を推定するモデルとローンポートフォリオのデフォルト確率を推定するモデルの二つがあるが、二つは密接に関連しており、算出ロジックは理論的に整合していることが望ましい。その点、1ファクターモデルを用いて算出したマクロ経済要因は、信用スコアリングモデルの主流であるロジットモデルのマクロ経済要因の係数として表現できるので、二つのモデルに接点を与える。

1ファクターモデルを用いてマクロ経済要因を抽出した先行研究として、Bluhm, Overbeck, and Wagner(2002)は、Moody'sの社債データを用いてマクロ経済要因の推定値を算出してデフォルト率との比較を行い、マクロ経済要因の下降局面ではデフォルト率が上昇することを示している。

国内では、Otani, et al.(2009)が帝国データバンクのデータを用いて、Wei(2003)のモデルを修正したモデルから算出したマクロ経済要因とGDP成長率、有利子負債比率との回帰分析を債務者区分(正常先、要注意先、要管理先、破綻懸

³ デフォルト確率は0~1の間の値しかとらないため、従属変数として用いる場合には非線形回帰モデルを考える必要がある。たとえば、Wilson(1997a, 1997b)はCredit Portfolio Viewにおいて非線形回帰による定式化を試みている。一方で、デフォルト率は高くてもせいぜい10%程度であることを考えると、ロジスティック分布関数の一部しか使用しておらず、線形回帰でも十分に近似できるという考え方もある(補論1参照)。

念先) ごとに行い、GDP成長率は要管理先、要
注意先、正常先の順に感応度が高くなることを示
している。

しかし、いずれの研究においてもマクロ経済要
因が具体的にどのようなマクロ経済指標で説明で
きるのかは分析していない。

そこで、本稿では共通要因がマクロ経済要因で
あると仮定したうえで、東京商工リサーチと法人
企業統計のデータをもとに算出した中小企業のデ
フォルト率から、1ファクターモデルを使ってマ
クロ経済要因の推定値を抽出し、この推定値を従
属変数、既知のマクロ経済指標を説明変数とする
回帰分析を行った。その結果、中小企業のデフォ
ルト率に影響を与えるマクロ経済要因は、短期金利、
長期金利、為替レート、銀行の貸出残高、株価
インデックスで説明できることがわかった。

本稿の構成は以下のとおりである。第2節では
信用スコアリングモデルのマクロ経済変数の係数
が1ファクターモデルの資産相関で表現できるこ
との理論的な説明を行う。第3節では1ファクター
モデルによるマクロ経済要因の推定方法を二つ
説明する。第4節では、実際のデータを用いて実
証分析を行い、マクロ経済要因を説明する具体的
なマクロ経済指標を特定する。第5節ではまとめ
として結論と今後の課題を述べる。

2 統計モデルのマクロ経済変数の 係数と1ファクターモデルの資産 相関との関係

本稿では市場性の低い中小企業向けの債権を対
象にしている。このような企業は株価や社債の
データがないため、個別企業の信用リスクを評価
するスコアリングモデルとしてはロジットモデル
に代表される統計モデルが一般的である。そこで、

本節では、1ファクターモデルとロジットモデル
との整合性を明らかにするため、統計モデルのマ
クロ経済変数の係数と1ファクターモデルの資産
相関との関係についての理論的な説明を行う。

本節では、枇々木・尾木・戸城(2012)に従っ
て、(1)で統計モデルが構造モデルの一種であるこ
とを説明したあと、(2)で1ファクターモデルの資
産相関が統計モデルのマクロ経済変数の係数とな
ることを証明する。

(1) 構造モデルの一種である統計モデル

個別企業の信用リスクを評価する信用スコア
リングモデルは、主に財務指標とデフォルトとの
相関関係を利用して個別企業のデフォルト確率を
推定する統計モデルが一般的である。なかでも、
式(2.1)のようなロジットモデルが主流である。

$$p_{i,t} = \frac{1}{1+e^{Z_{i,t}}}, Z_{i,t} = \ln\left(\frac{1-p_{i,t}}{p_{i,t}}\right) = a_0 + \sum_{j=1}^J a_j f_{j,i,t} \quad (2.1)$$

$f_{j,i,t}$ ($i=1, \dots, n; j=1, \dots, J$) は、 n 企業のうち、
企業 i の t 期の決算書1期分の J 個の財務指標、
 $p_{i,t}$ は t 期のデフォルト確率を表す。企業 i の信用
度を表す変数 $Z_{i,t}$ が大きければ大きいほどデフォ
ルト確率が低くなる。ここで、本節では説明をわ
かりやすくするために、リンク関数として標準正
規分布を用いるプロビットモデルに置き換える⁴。
式(2.2)に標準正規分布に従う誤差項 $\varepsilon_{i,t}$ を含め
て表記した回帰式を示す。

$$\tilde{Z}_{i,t} = a_0 + \sum_{j=1}^J a_j f_{j,i,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (2.2)$$

次に、財務指標から推定した企業 i の t 期のデ
フォルト確率 $p_{i,t}$ は式(2.3)に示すとおり、企業
の信用度を示す $\tilde{Z}_{i,t}$ がデフォルト境界値 Q を下
回った場合にデフォルトが生じると考える。

⁴ マダラ(1996)は、標本が大きい場合、ロジットモデルとプロビットモデルとでは、推定結果に差異がないことを示している。

$$p_{i,t} = Pr(\tilde{Z}_{i,t} \leq Q) \quad (2.3)$$

式 (2.2) を式 (2.3) に代入すると、

$$p_{i,t} = Pr\left(a_0 + \sum_{j=1}^J a_j f_{i,j,t} + \tilde{\varepsilon}_{i,t} \leq Q\right) \quad (2.4)$$

となり、

$$p_{i,t} = Pr\left(\tilde{\varepsilon}_{i,t} \leq Q - a_0 - \sum_{j=1}^J a_j f_{i,j,t}\right) \quad (2.5)$$

となる。

ここで、 $a'_0 = -(Q - a_0)$ とすると、式 (2.5) は式 (2.6) に書き直すことができる。

$$p_{i,t} = Pr\left[\tilde{\varepsilon}_{i,t} \leq -\left(a'_0 + \sum_{j=1}^J a_j f_{i,j,t}\right)\right] \quad (2.6)$$

式 (2.6) の誤差項 $\tilde{\varepsilon}_{i,t}$ を企業 i の資産価値変動の代理変数と考え、

$$Q'_{i,t} = -\left(a'_0 + \sum_{j=1}^J a_j f_{i,j,t}\right) \quad (2.7)$$

とすると、式 (2.7) は個別企業の資産価値の変動 $\tilde{\varepsilon}_{i,t}$ が企業固有のデフォルト境界値 $Q'_{i,t}$ を下回った場合にデフォルトが発生すると考えることができる。デフォルト境界値 $Q'_{i,t}$ を負債価値と考えれば、企業の資産価値が負債価値を下回る確率を推定するオプションアプローチと同じである。したがって、統計モデルは構造モデルの一種と考えることができる。

(2) 統計モデルのマクロ経済変数の係数を算出する方法

本項では、統計モデルのマクロ経済変数の係数をマートンの1ファクターモデルから算出する方法を説明する。まず、 \tilde{X}_t を全企業のデフォルト率に影響を与える共通要因を表す確率変数、つまり、

マクロ経済要因とし、 $\tilde{\xi}_{i,t}$ を企業個別のデフォルト要因を表す確率変数とすると、企業 i の信用度の変動、すなわち資産価値の変動 $\tilde{\varepsilon}_{i,t}$ は次のように表現できる。なお、 \tilde{X}_t と $\tilde{\xi}_{i,t}$ は基準化した値とし、互いに独立な平均0、分散1の正規分布にしたがうものと仮定する。

$$\tilde{\varepsilon}_{i,t} = b\tilde{X}_t + \sqrt{1-b^2}\tilde{\xi}_{i,t} \quad (2.8)$$

ここで b はマクロ経済要因に関する感応度を表しており、添え字がない点に注意してほしい。さらに、式 (2.6) に、式 (2.7) と式 (2.8) を代入すると、無条件デフォルト確率 $p_{i,t}$ は、

$$\begin{aligned} p_{i,t} &= Pr(b\tilde{X}_t + \sqrt{1-b^2}\tilde{\xi}_{i,t} \leq Q'_{i,t}) \\ &= Pr\left(\tilde{\xi}_{i,t} \leq \frac{1}{\sqrt{1-b^2}}Q'_{i,t} - \frac{b}{\sqrt{1-b^2}}\tilde{X}_t\right) \\ &= \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{1-b^2}}Q'_{i,t} - \frac{b}{\sqrt{1-b^2}}\tilde{X}_t\right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

となる。なお、 Φ は標準正規分布の累積分布関数である。

したがって、マクロ経済要因 \tilde{X}_t が特定の値 x をとったときの条件付きデフォルト確率 $p_{i,t}(t | \tilde{X}_t = x)$ は式 (2.10) で表される。

$$\begin{aligned} p_{i,t}(t | \tilde{X}_t = x) &= Pr\left(\tilde{\xi}_{i,t} \leq \frac{1}{\sqrt{1-b^2}}Q'_{i,t} - \frac{b}{\sqrt{1-b^2}}x\right) \\ &= \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{1-b^2}}Q'_{i,t} - \frac{b}{\sqrt{1-b^2}}x\right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

この式はGordy (2002)、Gordy and Heitfield (2002) がその枠組みを拡張させ、BISII規制のリスクウェイト関数の理論的な背景にもなっている。

1ファクターモデルでは、 b はマクロ経済要因に対する感応度、 b^2 は企業間の資産相関を表す重要なパラメータである。式 (2.8) を式 (2.2) に代入し、個別企業の信用度 $\tilde{Z}_{i,t}$ を基準化すると式 (2.11) のようになる。

$$\tilde{Z}'_{i,t} = \frac{a_0}{\sqrt{1-b^2}} + \sum_{j=1}^J \frac{a_j}{\sqrt{1-b^2}} f_{i,j,t} + \frac{b}{\sqrt{1-b^2}} \tilde{X}_t + \tilde{\xi}_{i,t} \quad (2.11)$$

すると、統計モデルにおけるマクロ経済変数の回帰係数は、式 (2.12) のように1ファクターモデルの資産相関 b^2 で表現できることがわかる。

$$\text{マクロ経済変数の標準化回帰係数} = \frac{b}{\sqrt{1-b^2}} \quad (2.12)$$

本項では説明をわかりやすくするためにプロビットモデルで示したが、ロジットモデルを用いても同じである。標準正規分布の分散は1、ロジスティック分布の分散は $3/\pi^2$ である。したがって、ロジットモデルを用いた場合は、回帰係数を $\sqrt{3}/\pi$ 倍した標準化回帰係数にする必要があるものの、説明変数にマクロ経済変数を追加することによって、1ファクターモデルにおける資産相関 b^2 を推計することができる。逆に、1ファクターモデルの資産相関 b^2 からロジットモデルのマクロ経済変数の回帰係数を推定することもできる。

3 マクロ経済要因 X の推定方法

資産相関 b^2 が推計できれば、その値を用いてマクロ経済要因 X の値を推定できる。資産相関 b^2 の推定方法にはモーメント法、最尤法の二つがある。橋本 (2008) はシミュレーションによってモーメント法と最尤法の推定値を比較し、マルチファクターモデルの場合は最尤法がやや近似が良いことを述べているが、実務では、差が僅少であることに加えて、手間とコストの観点からモーメント法が用いられることが多い。

したがって、本稿では実務でよく用いられているモーメント法を採用する。本節では、森平 (2009) に従って二つの手法を取り上げ、マクロ経済要

因 X の推計方法を説明する。

(1) デフォルト境界値 Q を用いる方法

まず、デフォルト境界値 Q を用いたモーメント法について解説する。この方法のメリットは解析的に算出できる点にある。式 (2.9) に示した無条件デフォルト確率 $p_{i,t}$ から逆算したデフォルト境界値を $Q_{i,t} \equiv \Phi^{-1}(p_{i,t})$ とする。

$$Q_{i,t} \equiv \Phi^{-1}(p_{i,t}) = \frac{Q'_{i,t} - b\tilde{X}'_t}{\sqrt{1-b^2}} \quad (3.1)$$

さらに、無条件デフォルト確率の「推定値」 $PD_{i,t} \equiv \Phi(Q_{i,t})$ とおくと、

$$Q_{i,t} = \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,t})}{\sqrt{1-b^2}} - \left(\frac{b}{\sqrt{1-b^2}} \right) \tilde{X}_t \quad (3.2)$$

となる。この式から感応度 b と無条件デフォルト確率の「推定値」 $PD_{i,t}$ を得るには、両辺の期待値 μ_Q と分散 σ_Q^2 を、 $E[\tilde{X}_t] = 0$ 、 $Var[\tilde{X}_t] = 1$ であることに注意して計算すると、

$$\begin{aligned} \mu_Q \equiv E[Q_{i,t}] &= \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,t})}{\sqrt{1-b^2}} - \left(\frac{b}{\sqrt{1-b^2}} \right) E[\tilde{X}_t] \\ &= \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,t})}{\sqrt{1-b^2}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\sigma_Q^2 \equiv Var[Q_{i,t}] = \left(\frac{b}{\sqrt{1-b^2}} \right)^2 Var[\tilde{X}_t] = \frac{b^2}{1-b^2} \quad (3.4)$$

となる。式 (3.4) を b^2 について解くと、

$$R_{asset} = b^2 = \frac{\sigma_Q^2}{1+\sigma_Q^2} \quad (3.5)$$

を得る⁵。また、

$$PD_{i,t} = \Phi(\mu_Q \sqrt{1-b^2}) \quad (3.6)$$

⁵ b^2 が資産相関 R_{asset} となることの証明は、森平 (2009) が詳しい。

を代入することにより無条件デフォルト確率の推定値を得る⁶。以下に具体的な計算方法を示す。ここで、実際の計算では、個別企業*i*のデフォルト率は観測できないので、ローンポートフォリオのデフォルト率を使用する。したがって、添え字*i*がこれ以降はつかないことに注意してほしい。

手順1：ローンポートフォリオの期間1年の実績デフォルト率の時系列データ DR_t を無条件デフォルト確率 p_t の推定値として、デフォルト境界値 $Q_t \equiv \Phi^{-1}(DR_t)$ の時系列推定値を算出する。

手順2：デフォルト境界値 Q_t の時系列データの平均値 μ_Q と分散 σ_Q^2 を計算する。

手順3：分散 σ_Q^2 から式(3.5)によって資産相関の推定値を求め、この資産相関推定値と平均値 μ_Q を式(3.6)に代入することによって無条件デフォルト確率 PD_t の推定値を得る。

手順4： Q_t と b 、 PD_t のそれぞれの推定値 \hat{Q}_t と \hat{b} 、 \widehat{PD}_t 、さらに、式(3.2)を用いて式(3.7)のとおり、マクロ経済要因 X の推定値 \hat{X}_t を得る。

$$\hat{X}_t = \left(\frac{\Phi^{-1}(\widehat{PD}_t)}{\sqrt{1-\hat{b}^2}} - \hat{Q}_t \right) / \frac{\hat{b}}{\sqrt{1-\hat{b}^2}} \quad (3.7)$$

(2) 実績デフォルト率を用いる方法

もう一つの方法は、ローンポートフォリオの実績デフォルト率の時系列データ DR_t の平均と分散から求める方法である。無条件デフォルト確率 p_t の期待値 μ_p を、 $PD_t \equiv \Phi(Q_t)$ とすると、

$$\begin{aligned} \mu_p &\equiv E[p_t] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD_t)}{\sqrt{1-b^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-b}} x \right) \phi(x) dx = PD_t \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる。なお、 ϕ は標準正規分布の確率密度関数である。

次に、無条件デフォルト確率 p_t の分散 σ_p^2 は、

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &\equiv Var[p_t] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD_t)}{\sqrt{1-b^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-b^2}} x \right)^2 \phi(x) dx - \mu_p^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

となる。

ここで、 $\overline{DR} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n DR_t$ とし、実績デフォルト率の時系列データ DR_t の平均と分散を μ_p と σ_p^2 の推定値とすると、

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(\overline{DR})}{\sqrt{1-b^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-b^2}} x \right)^2 \phi(x) dx - \overline{DR}^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (DR_t - \overline{DR})^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

となる。

式(3.10)から、 b の推定値 \hat{b} を適当な数値計算手法(ニュートン法などの逐次収束計算やExcelのゴールシーク)により求めることができる。

実績デフォルト率の時系列データ DR_t を無条件デフォルト確率 p_t の推定値とすると、

$$\begin{aligned} DR_t &= \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(\overline{DR})}{\sqrt{1-\hat{b}^2}} - \frac{\hat{b}}{\sqrt{1-\hat{b}^2}} \hat{X}_t \right) \\ \hat{X}_t &= \left(\frac{\Phi^{-1}(\overline{DR})}{\sqrt{1-\hat{b}^2}} - \Phi^{-1}(DR_t) \right) / \frac{\hat{b}}{\sqrt{1-\hat{b}^2}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

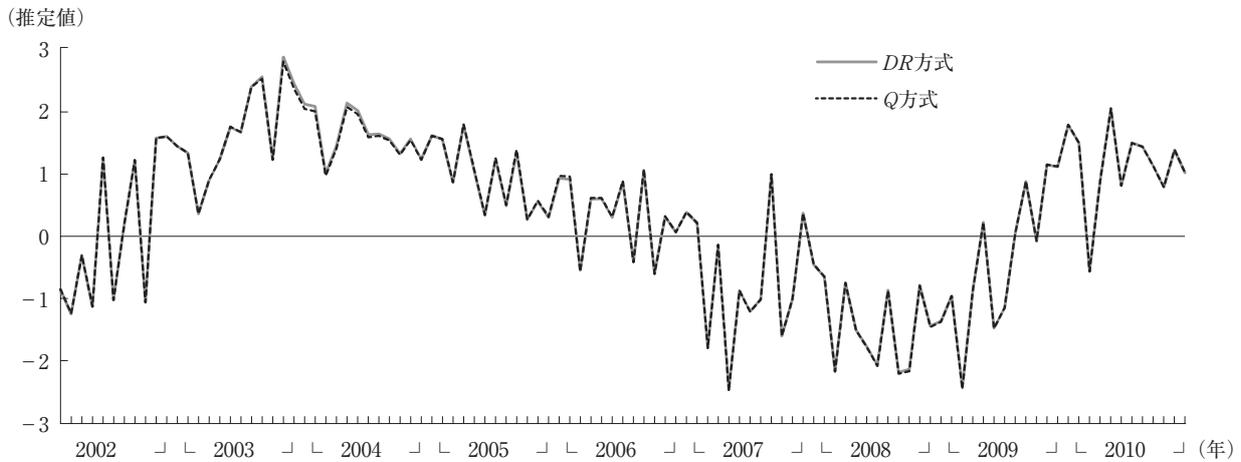
となり、マクロ経済要因 X の推定値 \hat{X}_t を求めることができる。

4 \hat{X}_t の算出とマクロ経済指標との回帰分析

本節では、上述した1ファクターモデルを用いてマクロ経済要因 X の推定値 \hat{X}_t を算出し、 \hat{X}_t を従属変数、具体的なマクロ経済指標を説明変数とする回帰分析を行い、マクロ経済要因 X が具体的に

⁶ 詳しい導出過程はCase (2003) を参照されたい。

図-1 デフォルト率 (DR) 方式と境界値Q方式のマクロ経済要因Xの推定値 \hat{X}_t の比較



資料：東京商工リサーチ「企業倒産件数」（日経NEEDS-FAMEから取得）と財務省「法人企業統計調査」の法人企業数（全産業）から筆者推計（以下断りのない限り同じ）。

どのようなマクロ経済指標で説明できるのかを分析する。

マクロ経済要因Xの推定方法は前節で述べたとおり、二つのモーメント法があるが、図-1のように、どちらを用いても結果はほとんど変わらないため、本稿では第3節(1)のデフォルト境界値Qを用いたモーメント法を使って推定する⁷。

(1) 使用データ

本分析では月次のデータを用いる。年ベースではデータ数が不足するうえ、長期間のデータを用いると構造変化の影響を受けるため、回帰分析の精度が低くなる可能性が高い。この点を考慮して、季節性に十分注意しながら、月次ベースのデフォルト率を用いることにした。

具体的には、東京商工リサーチが発表している月次の倒産件数（2001年1月から2010年12月の120カ月）を法人企業統計の年次の法人企業数（1～12月まで一定と置いた）で除して求めた値を

デフォルト率とする⁸。もちろん、法人企業数は年間を通じて一定ではない。しかしながら、法人企業数の月次の変動を考慮してもデフォルト率に大きな影響を与えないと考えられる。

説明変数となるマクロ経済指標も月次ベースの指標を用いる。データは先行研究を参考にしてデフォルト率と相関のありそうな64の経済指標を使用した。分析にあたっては、R.2-12-2とEViews7を用いた。

(2) デフォルト境界値Qを用いたマクロ経済要因Xの算出

東京商工リサーチが発表している月次のデフォルト件数を法人企業統計の年次の法人企業数で除して求めたデフォルト率を用い、第3節(1)の手順に従ってマクロ経済要因Xの推定値 \hat{X}_t を算出する。

① デフォルト境界値 Q_t の算出

ローンポートフォリオの期間1カ月の実績デ

⁷ DR方式とQ方式との比較は補論2、Q方式の算出過程は補論3で実際の数値（抜粋）を掲載した。

⁸ わが国の中小企業のデフォルト率を示すデータとしておそらく唯一のものは、日本リスクデータバンクが月次で提供しているRDB企業デフォルト率であろう。しかしながら、a. 同社の会員金融機関65社のデータであり偏りがある可能性があること、b. 算出方法の特徴からデフォルト率がスムージングされている可能性があることから、時系列データを用いた回帰分析を行うと強い系列相関が生じる懸念があるため、本稿では使用しないこととした。

図-2 実績デフォルト率の推移

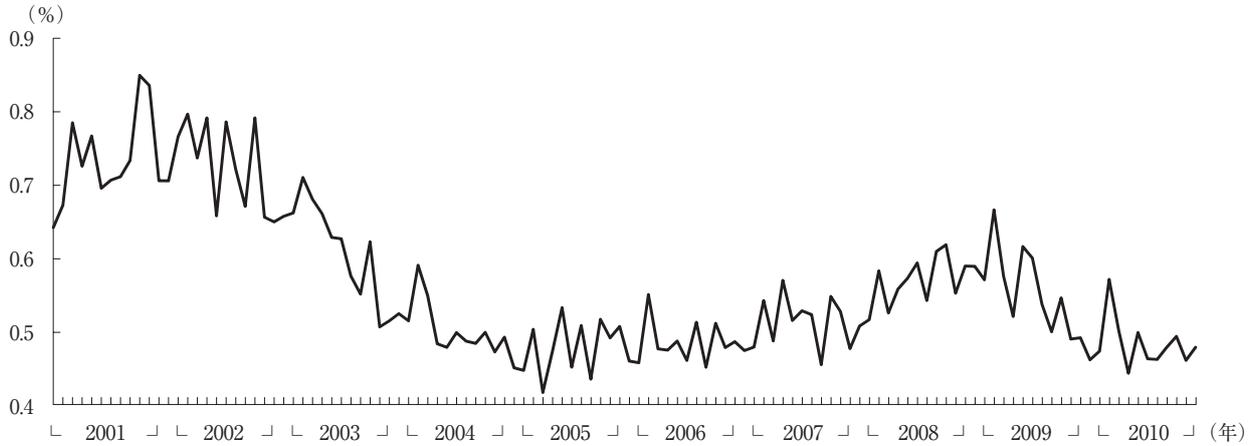
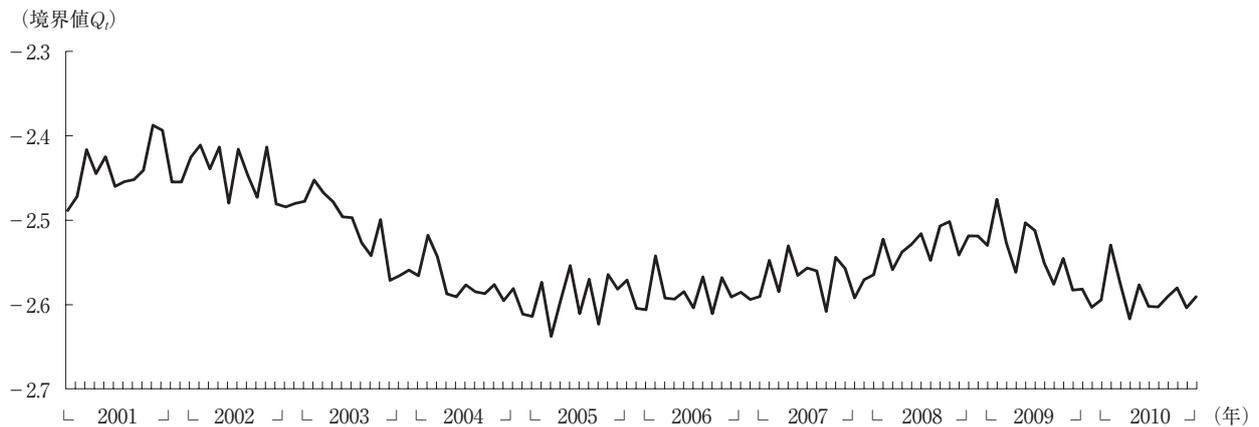


図-3 デフォルト境界値 Q_t の推移



フォルト率の時系列データを、無条件デフォルト確率の推定値として、その値からデフォルト境界値 $Q_t = \Phi^{-1}(DR_t)$ の時系列推定値を算出する。

実績デフォルト率の推移(図-2)とともにデフォルト境界値 Q_t の推移(図-3)を示す。当然の結果であるが、 Q_t は実績デフォルト率を単調変換した値なので、図-2と図-3のグラフ形状は同じである。

② デフォルト境界値 Q_t の時系列データの平均値 μ_Q と分散 σ_Q^2 の算出

次に、デフォルト境界値 Q_t の時系列データの36か月間の移動平均値 μ_Q と分散 σ_Q^2 を算出する。

結果を図-4に示す。二つの系列を比較すると、デフォルト境界値 Q_t の平均値が大きく変動するときに分散が大きくなっている様子を確認できる。

③ 無条件デフォルト確率の「推定値」 PD_t の算出
 分散 σ_Q^2 から第3節(1)の式(3.5)によって資産相関 b の推定値 \hat{b} を求め、この推定値 \hat{b} と平均値 μ_Q を式(3.6)に代入することによって1か月無条件デフォルト確率 PD_t の「推定値」 \widehat{PD}_t を得る。結果を図-5に示す。

グラフをみると、無条件デフォルト確率の「推定値」 \widehat{PD}_t の推移はおおむねデフォルト境界値 Q_t の過去36か月の移動平均値に等しい。

図-4 デフォルト境界値 Q_t の過去36カ月平均値と分散の推移

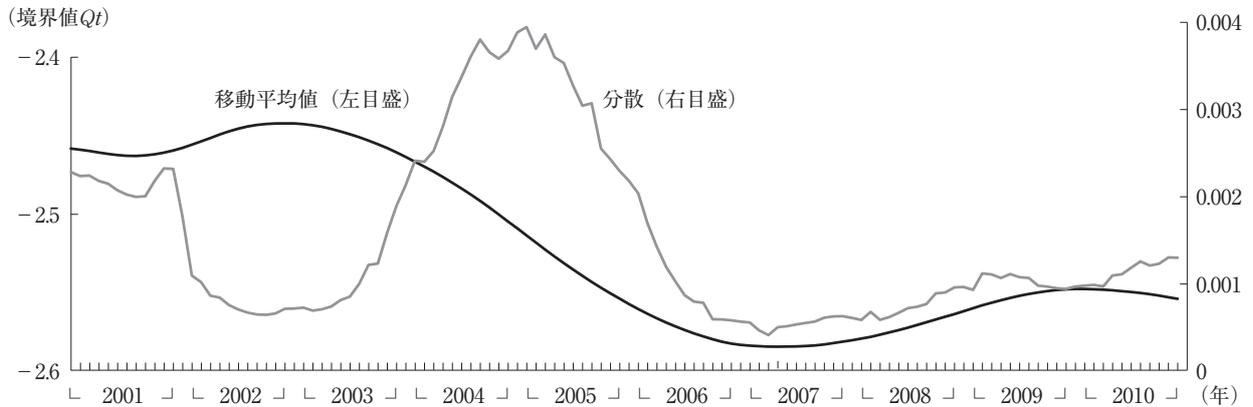
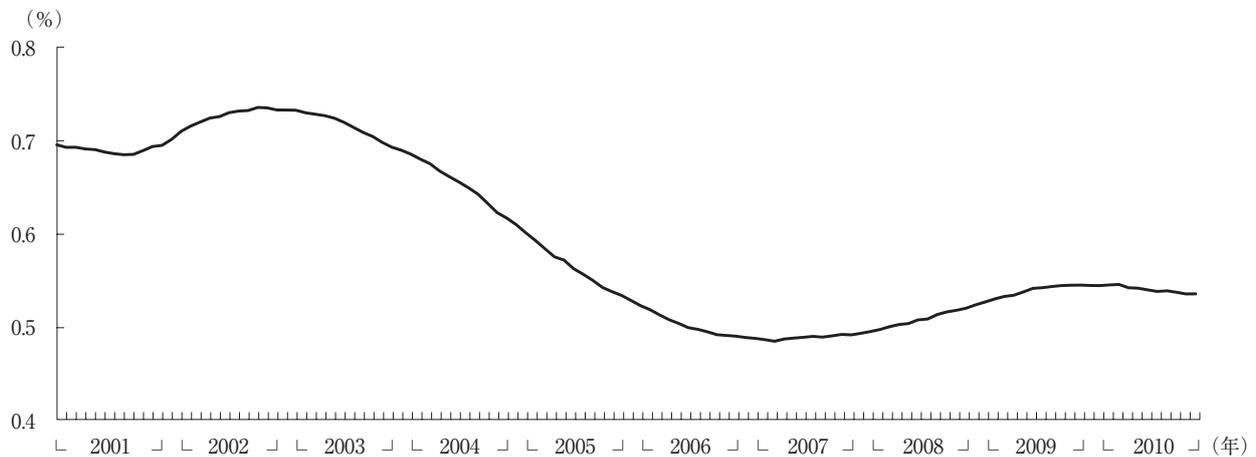


図-5 1カ月無条件デフォルト確率の推移



森平 (2009) も 1 年物無条件デフォルト確率の推定値 PD_t はおおむねデフォルト境界値 Q_t の過去15年平均と等しいことを述べており、先行研究とも整合的な結果となった。

④ マクロ経済要因 X_t の推定値 \hat{X}_t の算出

b と PD_t のそれぞれの推定値 \hat{b} と \widehat{PD}_t 、さらに、式 (3.7) を用いて、マクロ経済要因 X_t の推定値 \hat{X}_t を得る。算出結果をデフォルト率と合わせて図-6に示す。この図をみると、マクロ経済要因とデフォルト率が負の相関関係にあることがわかる (相関係数は -0.44)。マクロ経済要因が上昇するとき、デフォルト率は下降している。

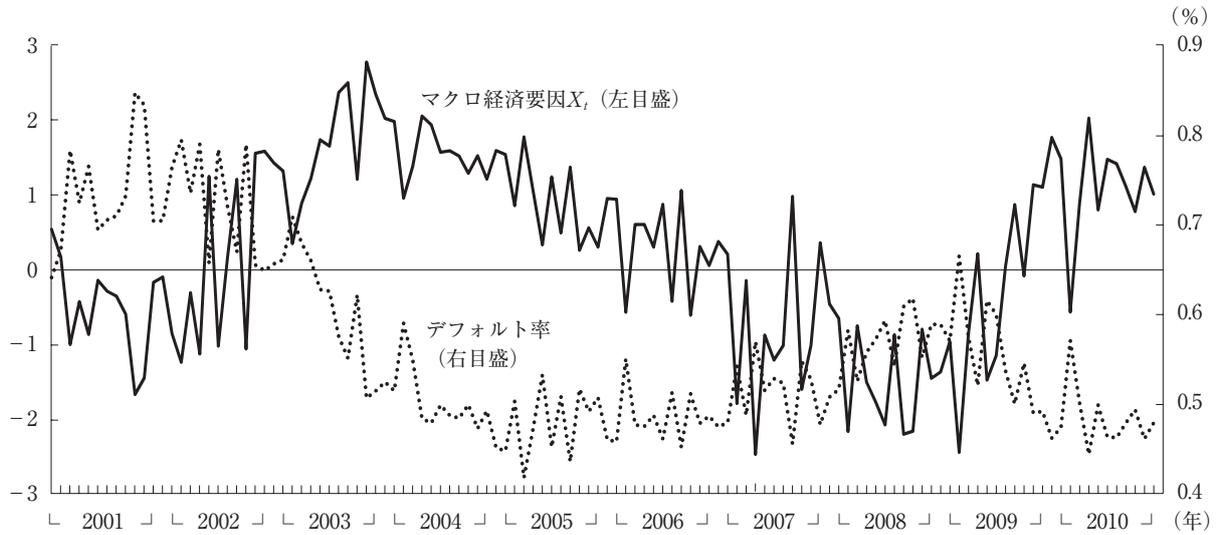
Bluhm, Overbeck, and Wagner (2002) の分析

においても、マクロ経済要因 X_t の推定値 \hat{X}_t が上昇すると、デフォルト率が下降しており、先行研究と整合的な結果となった。

(3) \hat{X}_t とマクロ経済指標との回帰分析

本項では、 \hat{X}_t を用いてマクロ経済要因 X_t が具体的にどのようなマクロ経済指標で説明できるのかを分析する。ここで注意すべき点は符号条件である。式 (2.8) を以下に再掲すると、 \hat{X}_t が増加すれば、個別企業の資産価値の変動 $\varepsilon_{i,t}$ が増加する。資産価値が増加すると、デフォルト確率が低下することになる。したがって、マクロ経済要因 X_t は企業の資産価値と正の関係にあり、デフォルト率と負の関係にあることが望ましい変数であること

図-6 マクロ経済要因 X_t (推定値 \hat{X}_t) とデフォルト率の推移



がわかる。

$$\hat{\varepsilon}_{i,t} = b\hat{X}_t + \sqrt{1-b^2}\tilde{\varepsilon}_{i,t} \quad (2.8)$$

符号条件に注意しながら、 \hat{X}_t とマクロ経済指標との回帰分析を行う⁹。説明変数は先行研究をもとに64の月次指標を使用した。ただ、 \hat{X}_t も含めて経済指標は非定常となっている可能性が高い。非定常過程には、ランダムウォーク、ドリフト項付ランダムウォーク、トレンド項とドリフト項付ランダムウォークの三つがあり、副島(1994)が述べているように変数がどの過程に従うのかを調べる必要がある。

この点について山本(1988)は、わが国の経済データにおける経済時系列の多くが階差モデルであり、トレンド付であってもトレンド除去の効果はほとんどないことを示している。そこで、本稿では、用いる変数が階差モデルという前提で三つの手順を踏んで回帰分析を行った。

第1に、各変数について、ADF検定、PP検定、KPSS検定による検定結果を比較し、単位根の有無を確認した。その結果、説明変数となるマクロ

経済指標は、いずれの検定においても単位根をもつ可能性が高いという結果となった。また、従属変数となるマクロ経済要因 X_t の推定値 \hat{X}_t は、ADF検定において単位根をもつ可能性があるという結果になり、見せかけの回帰となる可能性があることがわかった。

山本(1988)は、経済データの多くは一定の変化率のまわりを変動しているものが多く、対数変換と1階の階差の組み合わせが、定常化に有効であることが多いと述べている。また、月次データは季節性をもっている可能性が高い。

そこで、第2に、変数を対数型にして季節階差(前年同月比)をとり、再び単位根検定を行った。すると、表-1のとおり、従属変数となる \hat{X}_t はすべての検定方法で単位根をもつ可能性が低いという結果となった。説明変数となるマクロ経済指標についても、ADF検定とKPSS検定においては、ほとんどの変数が定常化され、見せかけの回帰となる可能性が低くなった。

第3に、対数階差によって定常化した変数を用いて重回帰分析を行い、 \hat{X}_t が具体的にどのような

⁹ 分析の詳細については補論4、単位根検定については補論5を参照。

表-1 単位根検定結果

	ADF	KPSS	PP
マクロ経済要因 X_t の推定値	0.001	0.154	-6.564
東証株価指数	0.471 *	0.157	-2.135 *
銀行間中心 為替レート	0.275 *	0.727 *	-1.370 *
地方銀行 貸出残高 法人 (含む金融)	0.042	0.157	-2.194 *
長期プライムレート	0.040	0.159	-1.972 *
短期プライムレート	0.003	0.168	-2.491 *

(注) *は5%水準で単位根をもつ可能性があることを示す。

表-2 マクロ経済要因 X の推定値 \hat{X}_t とマクロ経済指標との回帰分析結果

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
東証株価指数	2.49	0.30	8.44	0.00
銀行間中心 為替レート	-4.20	0.88	-4.76	0.00
地方銀行 貸出残高 法人 (含む金融)	-6.80	3.43	-1.98	0.05
長期プライムレート	-1.04	0.29	-3.59	0.00
短期プライムレート	-1.77	0.54	-3.25	0.00
定数項	4.91	0.72	6.81	0.00

R-squared	0.66	Akaike info criterion	2.29	Durbin-Watson stat	2.04
Adjusted R-squared	0.65	Schwarz criterion	2.43	Prob (F-statistic)	0.00

経済指標で構成されているかを分析した。結果を表-2に示す。

まず、系列相関の有無を確認する。Durbin-Watson (D.W) 比からみて、1階の系列相関は認められない。高階の系列相関をコレログラムで確認すると、ラグ12に季節性による系列相関が疑われたが、Breusch-GodfreyのLM Testの結果、5%水準で系列相関は認められなかった¹⁰。

次に、説明変数の t 値を確認する。 t 値は、東証株価指数、為替レート、地方銀行の法人向け貸出残高、長期プライムレート、短期プライムレートが5%水準でほぼ有意になった。

最後に符号条件を確認する。 \hat{X}_t は企業の資産価値の変動を表している。したがって、まず、株価インデックスが上昇すると企業の資産価値が上昇するという評価については異論が少ないだろう。

次に、金利と資産価値との関係については、預金金利の上昇によって資産価値が上がるとみるこ

とができる一方で、借入金利負担の増加に加えて、割引率の上昇によって時価ベースでの資産価値が下がるとみることでもできる。データの観測期間においては、景気の低迷が続いており、景気低迷下における金利の上昇は、後者である可能性が高いと判断し、符号条件はマイナスを期待する。

為替レートについては、収益面では円安の進行によって輸出企業の収益増加が期待できるものの、資産価値面ではドルベースでみた資産価値が下がることから、符号条件はマイナスを期待する。

最後に、貸出残高の増加については、企業の負債の増加とみなせるので資産価値が下がるという見方ができる一方で、貸出残高の増加は設備投資などによる利益増が見込まれるので資産価値が上昇すると解釈することもできる。

ただ、データの観測期間は、景気情勢が不透明となるなか中小企業の設備投資も弱めになっている。貸出金の資金使途も損失補てんやつなぎ資金

¹⁰ コレログラムは補論6を参照。

といった運転資金が増えており、負債の増加は企業の資産価値を低下させると考えられる。

以上のように、符号条件の解釈は難しいが、データの観測期間の経済情勢に合致しており、違和感の少ない結果といえる。

5 まとめと今後の課題

本稿では、まず最初にマートンの1ファクターモデルを用いたアプローチの有用性について、統計上のメリット以外に二つの視点から理論的な根拠を示した。一つは、デフォルト率に影響を与える要因のうち、企業の固有要因を取り除くことができるという点である。

もう一つは、中小企業向けの信用スコアリングモデルとして広く普及しているロジットモデルのマクロ経済変数の係数が1ファクターモデルの資産相関から推定できることを示すことにより、個別企業のデフォルト確率を推定するモデルとポートフォリオ全体のデフォルト確率を推定するモデルとの整合性を図ることができるという点である。

とりわけ2点目については、信用スコアリングモデルに用いるマクロ経済指標とローンポートフォリオのストレステストに用いるマクロ経済指標に同じ指標を用いることの必要性を示すものとして実務的にも重要な考え方である。

次に、共通要因、すなわち、未知のマクロ経済要因 X_t の推定値 \hat{X}_t を算出する方法を二つ示し、そのうちの一つの方法を用いて実証分析を行った。分析の結果、未知のマクロ経済要因 X_t の推定値 \hat{X}_t はデフォルト率と負の相関関係にあり、 \hat{X}_t が上昇するとデフォルト率が低下することがわかった。

\hat{X}_t を用いた重回帰分析においては、株価インデックス、為替レート、銀行の貸出残高、長期プライムレート、短期プライムレートが有意になり、未知のマクロ経済要因 X を具体的なマクロ経済指標で説明することができた。

本稿では、1ファクターモデルを用いて、わが国のすべての企業に共通するマクロ経済要因を明らかにしたが、業種や規模、地域などの特性を考慮したマクロ経済要因を考えることもできる。つまり、業種や規模などによって異なる可能性があるリスクは考慮していない。この点について、北野(2007)は、規模を勘案した2ファクターモデルを用いた分析を行っている。橋本(2008)は、業種、地域、信用度、規模を勘案したマルチ・インデックス・モデルを用いている。

一方、家田・丸茂(2002)は、計算が容易になる点に加え、特定の国や業種に絞る場合、すなわち、国際業務を展開していない金融機関であれば、1ファクターモデルを仮定することに無理がないことを述べている。

ただ、いずれの研究も資産相関や損失額などの推定が目的であり、マクロ経済要因の特定は行っていない。マルチファクターモデルの有用性や1ファクターモデルとの差異などの検討については今後の課題としたい。

6 補論

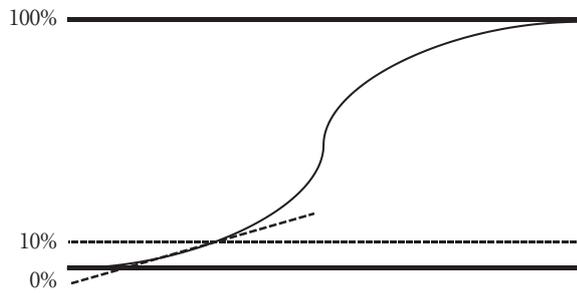
(1) 補論1

デフォルト率は、理論的には0～1の値をとるが、実際には高くても10%程度である。したがって、図-7のように、負の値をとるという点に注意すれば、線形でも近似としては悪くないという考え方もある。

(2) 補論2

デフォルト率(DR)方式とデフォルト境界値Q方式の実際の値を表-3に示す。小数点第2位までほとんど同じであることがわかる。

図-7 ロジスティック分布関数とデフォルト率の線形近似 (概念図)



資料：筆者作成。

表-3 \hat{X}_t の比較 (抜粋)

		デフォルト率方式	境界値Q方式
2010年	12月	1.01360	1.01713
	11月	1.37097	1.37570
	10月	0.78029	0.78247
	9月	1.11912	1.11895
	8月	1.42688	1.42415
	7月	1.48595	1.48277
	6月	0.80609	0.80425
	5月	2.04068	2.03483
	4月	0.88950	0.88908
	3月	-0.56620	-0.56580
	2月	1.48713	1.48875

表-4 \hat{X}_t の算出 (抜粋)

		DR_t 実績デフォルト率	$\Phi^{-1}(DR_t)$ 閾値 Q_t	μ_Q Q_t の36カ月移動平均値	σ_Q^2 Q_t の36カ月分散	b^2 資産相関	$\Phi(\mu_Q\sqrt{1-b^2})$ 無条件PD(1)	\hat{X}_t マクロ経済要因
2010年	12月	0.0048	-2.5907	-2.5540	0.001301	0.0013	0.0054	1.0171
	11月	0.0046	-2.6037	-2.5540	0.001303	0.0013	0.0053	1.3757
	10月	0.0049	-2.5802	-2.5527	0.001232	0.0012	0.0054	0.7825
	9月	0.0048	-2.5907	-2.5517	0.001211	0.0012	0.0054	1.1189
	8月	0.0046	-2.6027	-2.5522	0.001258	0.0013	0.0054	1.4242
	7月	0.0046	-2.6021	-2.5510	0.001185	0.0012	0.0054	1.4828
	6月	0.0050	-2.5766	-2.5498	0.001110	0.0011	0.0054	0.8042
	5月	0.0044	-2.6168	-2.5495	0.001097	0.0011	0.0054	2.0348
	4月	0.0050	-2.5748	-2.5471	0.000971	0.0010	0.0055	0.8891
	3月	0.0057	-2.5295	-2.5473	0.000990	0.0010	0.0054	-0.5658
	2月	0.0047	-2.5944	-2.5478	0.000980	0.0010	0.0054	1.4888
	1月	0.0046	-2.6031	-2.5477	0.000970	0.0010	0.0054	1.7766
2009年	12月	0.0049	-2.5815	-2.5475	0.000943	0.0009	0.0054	1.1095
	11月	0.0049	-2.5828	-2.5476	0.000951	0.0010	0.0054	1.1411
	10月	0.0055	-2.5453	-2.5478	0.000969	0.0010	0.0054	-0.0801

(3) 補論 3

Q方式の算出過程における実際の数値を表-4に示す。第1列は実績デフォルト率、第2列はデフォルト境界値 Q_t 、第3列は Q_t の36カ月移動平均値、第4列は Q_t の分散である。 Q_t の分散から式(3.5)を用いて資産相関 b^2 を求めたものが第5列に示されている。式(3.6)を用いて算出した無条件デフォルト確率が第6列、式(3.7)を用いて算出したマクロ経済要因 X_t の推定値 \hat{X}_t が第7列に示されている。

(4) 補論 4

表-5の変数候補から表-6の最終候補変数への絞り込み手順を以下で示す。

先行研究をみると、企業の資産価値に影響を与えるマクロ経済要因は主に四つの要因が考えられる。すなわち、金融(金利及び貸出残高)、資産価格、コスト、景気動向である。それぞれの要因を代表すると思われる具体的な月次ベースのマクロ経済指標(合計64指標)を、デフォルト率との相関関係などから絞り込んだ。

表-5 主な変数候補

1	短期プライムレート 月末
2	東京コール コールレート無担保3カ月物月末
3	貸出金利 貸出約定金利 短期 国内銀行
4	貸出金利 貸出約定金利 長期 国内銀行
5	国内銀行 貸出約定平均金利 新規分
6	鉱工業生産指数 生産 鉱工業
7	法人企業 資産合計 (全産業)
8	法人企業 負債合計 (全産業)
9	発電電量 使用電力量 産業計 九電力
10	建着 築主 建築物床面積 総計
11	住着 築主 住宅着工戸数 新設住宅
12	住着 築主 住宅着工床面積 新設住宅
13	公社債関係 長期プライムレート 月中平均
14	東証一部 日経平均株価225種 月中平均
15	東証一部 日経500種平均株価
16	東証一部 東証株価指数
17	銀行間中心 為替レート 月中平均
18	NY WTI原油先物価格 期近
19	労働力調査 完全失業率
20	賃金指数 名目賃金指数 総額 調査産業計(5人以上)
21	国内企業物価指数 総平均
22	国内企業物価指数 (消費税を除く) 総平均
23	全国 C P I 総合
24	景気動向指数 C I
25	地方銀行 貸出残高 法人 (含む金融)
26	地方銀行Ⅱ 貸出残高 法人 (含む金融)
27	信用金庫 貸出残高 法人 (含む金融)

資料：図-7に同じ。

① 金融

金融については、金利と貸出量の二つの面から検討した。

ア 金利

金利が上昇すれば金利負担が増すうえ、割引率の上昇により、時価ベースでの資産価値は下落すると考えられる。金利が有意であるとする先行研究があるほか、実務的な感覚にも合う。金利関連の変数候補のなかから、デフォルト率と相関の高い以下の指標を選択した。

「短期プライムレート」

「長期プライムレート」

表-6 最終候補変数

東証株価指数
銀行間中心 為替レート 月中平均
地方銀行 貸出残高 法人 (含む金融)
長期プライムレート
短期プライムレート

資料：図-7に同じ。

イ 貸出量

銀行の貸出量の増加は、企業側からみると負債の増加となることから企業の資産価値は下落すると考えられる。一方で、設備投資により収益性が向上するため、価値が上昇するという見方もあるが、現状では中小企業の設備投資も弱めになっており、負債の増加は補てん資金やつなぎ資金である可能性が高い。したがって、符号条件はマイナスを期待する。具体的な指標としては、以下の変数を検討した。

「地方銀行 貸出残高 法人 (含む金融)」

「地方銀行Ⅱ 貸出残高 法人 (含む金融)」

「信用金庫 貸出残高 法人 (含む金融)」

② 資産価格

業績が悪くても株価や地価の上昇による資産効果があれば企業の資産価値は上昇する。先行研究から有意になる可能性のある以下の変数を検討する。本来、資産価格として重要と考えられる地価は月次データがないため、不動産価格が上昇するときは住宅着工や建設着工も増えているはずと考えて「住宅着工戸数 新設住宅」を加えた。

「東証株価指数」

「日経平均株価225種」

「住宅着工戸数 新設住宅」

③ コスト

コストが上昇すれば企業の収益力が低下し、資産価値も下落する。コストの代表的な指標として、以下の指標を検討する。

表-7 原系列の単位根検定

マクロ経済要因X	統計量	地銀貸出残高	統計量
ADF	0.2850 *	ADF	0.6110 *
KPSS	0.1865	KPSS	0.3251
PP	-5.9643	PP	-0.3408 *

東証株価指数	統計量	長プラ	統計量
ADF	0.3780 *	ADF	0.1514 *
KPSS	0.1763	KPSS	0.1479
PP	-1.4112 *	PP	-1.8786 *

為替レート	統計量	短プラ	統計量
ADF	0.7909 *	ADF	0.6989 *
KPSS	0.6375 *	KPSS	0.0910
PP	-0.4128 *	PP	-5.8443

「NY WTI原油先物価格 期近」

「銀行間中心 為替レート 月中平均」

「国内企業物価指数」

④ 景気指標

資産価値に影響を与える因子として、景気動向が考えられる。GDPは月次ベースのデータがないので、これに代わる指標を選択して検討する。

「鉱工業生産指数 生産 鉱工業」

「景気動向指数 CI」

「完全失業率」

説明変数となるマクロ経済要因は相互に相関が強く多重共線性が発生する可能性が高いことがわかっている。ただし、マダラ (1996) は、説明変数間の高い相関は必ずしも問題ではなく、多重共線性に対して提案されている解決方法は、事態を間違った方向に導いてしまう可能性があることを述べている。

さらに、有用な解決法として、階差をとる方法が説明変数間の相関を減少させることにもつながることやデータ数を年次から月次にしてデータ数を増やす方法が提案されている。そこで、本稿では、年次を月次にしてデータ数を増やし、必要に

応じて階差をとることで多重共線性に対処する。

上記の変数を用いて回帰分析を繰り返し行い、サンプルを変えると採用される変数が変わる、符号条件が合わないといった多重共線性の影響とみられる現象が起きていないかどうかに注意を払いながら、変数をさらに絞り込み、最終的に以下の説明変数を用いて分析を進めることにした。景気要因については、株価との相関が強く多重共線性が生じやすいため、候補から除外した。

(5) 補論 5

単位根検定を以下の手順で行った。

第1に、各変数について、福地・伊藤 (2011) を参考に、R.2-12-2を使用して、ADF検定、PP検定、KPSS検定による単位根検定を行い、検定結果を比較した。

第2に、第1の分析で、従属変数となるマクロ経済要因X及び説明変数となる複数の経済指標のなかに単位根をもつ可能性がある変数が含まれている場合は、変数を対数型にして階差をとり、再び単位根検定を行うことによって、単位根が解消されているかどうかを確認した。

① 単位根検定の結果

原系列の単位根検定の結果を表-7に示す。ADF検定とPP検定の帰無仮説は「単位根」であるのに対し、KPSS検定の帰無仮説は「定常」であるが、わかりやすくするために*印は5%水準で単位根をもつ可能性があることを示した。ADF検定はドリフト項付ランダムウォークモデルを仮定した検定を行い、ラグ数はAICの最も低い次数を選択した。

結果をみると、ADF検定はすべての変数が、PP検定は「マクロ経済要因X (推定値 \hat{X}_t)」と「短プラ」を除いたすべての変数が単位根をもたないとはいえない、つまり、単位根である可能性があるという結果となった。一方、KPSS検定では、「為

表-8 対数階差変換後の単位根検定

マクロ経済要因X	統計量	地銀貸出残高	統計量
ADF	0.0006	ADF	0.0415
KPSS	0.1544	KPSS	0.1571
PP	-6.5641	PP	-2.1936 *

東証株価指数	統計量	長プラ	統計量
ADF	0.4711 *	ADF	0.0403
KPSS	0.1572	KPSS	0.1592
PP	-2.1350 *	PP	-1.9722 *

為替レート	統計量	短プラ	統計量
ADF	0.2747 *	ADF	0.0028
KPSS	0.7274 *	KPSS	0.1676
PP	-1.3702 *	PP	-2.4911 *

替レート」以外は「定常である」という帰無仮説は棄却できず、単位根ではない可能性があるという結果になった。KPSS検定をすると単位根をもつ時系列は半分程度に過ぎないという Kwiatkowski, et al. (1992) の考察に従う結果となった。

② 対数階差による非定常性の除去

単位根の存在が疑われる場合、対数階差をとることによって非定常性を除去することがよく行われる。前述のとおり、山本(1988)もその有用性を述べている。①の単位根検定では、ADF検定とPP検定においては、多くの変数が単位根をもつ可能性があるという結果となった。そこで、すべての変数について対数階差をとり、単位根検定を行った。結果を表-8に示す。

ADF検定においては「為替レート」と「株価指数」、KPSS検定においては「為替レート」以外は単位根である可能性が少ないという結果になった。一方、PP検定はほとんどのケースで単位根をもたないとはいえないという判定結果となっている。本稿のサンプルサイズは120と小さいため検出力が弱く、PP検定は適切な検定方法とはいえない可能性がある。

表-9 Qtest

lag	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.04	-0.04	0.17	0.68
2	-0.01	-0.01	0.18	0.91
3	0.10	0.10	1.40	0.71
4	-0.08	-0.07	2.12	0.71
5	0.16	0.16	5.43	0.37
6	-0.12	-0.13	7.29	0.30
7	-0.00	0.02	7.29	0.40
8	-0.07	-0.12	7.95	0.44
9	-0.05	-0.00	8.32	0.50
10	-0.11	-0.18	10.05	0.44
11	-0.09	-0.03	11.18	0.43
12	0.26	0.24	20.28	0.06

ADF検定とKPSS検定の結果から、変数の大半が階差定常である可能性がある。「為替レート」についても山本(1988)は階差定常であることを示しているが、本稿では階差をとっても定常化されなかった。長年、円高傾向にあるため、トレンド項をもっている可能性も考えられる。

(6) 補論6

表-9にコレログラムとQtestの結果を示す。ラグ3以降に弱い系列相関があり、ラグ12に系列相関が疑われる。Qtestの結果をみると、ラグ12に10%有意で系列相関がある可能性があるものの、5%水準では有意ではない。

ラグ12について、念のためにBreusch-GodfreyのLM Testを行った。5%水準で系列相関はないという帰無仮説が棄却できず、季節性による系列相関がおおむね除去されたことが確認できた。

謝辞

本稿は、筆者の一人が早稲田大学大学院ファイナンス研究科に所属していたときに行った研究成果(リサーチレポート)を加筆修正したものである。計量経済分析に関して斯波恒正教授から有益な助言をいただいた。記して感謝を申し上げる。

<参考文献>

- 家田明・丸茂幸平 (2002) 「単一ファクター・モデルによる信用リスク計量化について」『証券アナリストジャーナル』2002年 4月号
- 大橋亨 (2003) 「企業倒産とマクロ経済要因－企業倒産についての重回帰モデルの構築－」新潟大学大学院現代社会文化研究科『現代社会文化研究』No.28、pp.47-64
- 北野利幸 (2007) 「デフォルト実績データによるデフォルト依存関係の推定-2ファクターモデルによるアセット相関の最尤推定」日本オペレーションズ・リサーチ学会『©日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌』vol.50、pp.42-67
- 白田佳子 (2003) 『企業倒産予知モデル』中央経済社
- 副島豊 (1994) 「日本のマクロ変数の単位根検定」日本銀行金融研究所『金融研究』第13巻第4号、pp.97-129
- 中小企業庁 (2002) 『2002年版中小企業白書』ぎょうせい
- 橋本崇 (2008) 「与信ポートフォリオの信用リスク計量における資産相関について－本邦のデフォルト実績データを用いた実証分析－」日本銀行『日本銀行ワーキングペーパーシリーズ』No.08-J-10
- 枇々木規雄・尾木研三・戸城正浩 (2010) 「小企業向けスコアリングモデルにおける業歴の有効性」津田博史・中妻照雄・山田雄二編著『ジャフィー・ジャーナル「金融工学と市場計量分析」定量的信用リスク評価とその応用』朝倉書店、pp.83-116
- (2012) 「信用スコアリングモデルにおけるマクロファクターの導入と推定デフォルト確率の一致精度改善効果」日本オペレーションズ・リサーチ学会『©日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌』vol.55、pp.42-65
- 福地純一郎・伊藤有希 (2011) 『Rによる計量経済分析』朝倉書店
- 森平爽一郎 (1996) 「倒産確率推定のファクターモデルと融資配分」三菱UFJトラスト投資工学研究所『MTECジャーナル』No.9、pp.3-23
- (2009) 『信用リスクモデリング－測定と管理－』朝倉書店
- 森平爽一郎・岡崎貫治 (2009) 「マクロファクターを考慮したデフォルト確率の期間構造推定」早稲田大学ファイナンス総合研究所『早稲田大学ファイナンス総合研究所ワーキングペーパーシリーズ』WIF-09-004
- 山本拓 (1988) 『経済の時系列分析』創文社
- Altman, E. I. (1983) “Why Business Fail”, *The Journal of Business Strategy*, 3, pp.15-21.
- Bluhm, Christian, Ludger Overbeck, and Christoph Wagner (2002) *An Introduction to CREDIT RISK MODELING*, Chapman & HALL/CRC (森平爽一郎監訳 (2007) 『クレジットリスクモデリング入門』シグマベイスキャピタル)
- Case, Bradford (2003) “Loss characteristics of commercial real estate loan portfolios”, *A White Paper by the staff of the Board of Governors of the Federal Reserve System*, (June)
- Kwiatkowski, Denis, Peter C. B. Phillips, Peter Schmidt and Yongcheol Shin (1992) “Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root”, *Journal of Econometrics*, 54, pp.159-178.
- Figlewski, Stephen, Halina Frydman and Weijian Liang (2006) “Modeling the Effect of Macroeconomic Factors on Corporate Default and Credit Rating Transitions”, *NYU Stern Finance Working Paper*, No. FIN-06-007.
- Gordy, Michael (2002) “A comparative anatomy of credit risk models”, *Journal of Banking and Finance*, 24 (1-2), pp.119-149.
- Gordy, Michael and Erik Heitfield (2002) “Estimating Default Correlations from Short Panelsof Credit Rating Performance Data”, *Working Paper, Federal Reserve Board*.
- G. S.マダラ著・和合肇訳著 (1996) 『計量経済分析の方法』シーエービー出版
- Otani, Akira, Shigenori Shiratsuka, Ryoko Tsurui and Takeshi Yamada (2009) “Macro Stress-Testing on the Loan Portfolio of Japanese Banks”, *Bank of Japan Working Paper Series*, No. 09-E-1, March 2009.

- Simons, Dietske and Ferdinand Rolwes (2009) “Macroeconomic Default Modeling and Stress Testing”, *International Journal of Central Banking*, 5 (3), pp.177-204.
- Sommar, A. Per and Hovick Shahnazarian (2009) “Interdependencies between Expected Default Frequency and the Macro Economy”, *International Journal of Central Banking*, 5 (3), pp.83-110.
- Wei, Z. Jason (2003) “A Multi-Factor, Credit Migration Model for Sovereign and Corporate Debts”, *Journal of International Money and Finance*, 22, pp.709-735.
- Wilson, C. Thomas (1997a) “Portfolio Credit Risk (I)”, *Risk* 10 (9), pp.111-117.
- (1997b) “Portfolio Credit Risk (II)”, *Risk* 10 (10), pp.56-61.